COMPLEJO EDUCACIONAL SAN ALFONSO
FUNDACIÓN QUITALMAHUE
Eyzaguirre 2879 Fono- 22-852 1092 Puente Alto
planificacionessanalfonso@gmail.com
www.colegiosanalfonso.cl

Guía n°5 - agosto – sistema mixto

Asignatura/Módulo	Matemática
Docente	Julio Aguirre - Christian Pizarro
Nombre estudiante	
Curso	2° medio A y 2° medio B
Fecha de entrega	03 de agosto 2021
Educadora PIE	Patricia Lira – Mónica Villagra

OA 02	Mostrar que comprenden las relaciones entre potencias, raíces enésimas y logaritmos.

Instrucciones:

- Cada ejercicio debe tener un desarrollo que justifique la respuesta.
- Esta guía es un reforzamiento de contenidos vistos anteriormente, bajo los lineamientos del MINEDUC.
- En cada pie de página, aparece un recuadro que debes completar con tus datos.

Nombre:	Curso :
Fecha:	Guía n°:

- Cada respuesta correcta vale 3 puntos.

Potencias matemáticas

Conceptualización: Entendemos la potenciación como una operación matemática entre dos números denominados base a y exponente n. Se escribe $\boldsymbol{a^n}$ y se lee "$\boldsymbol{a}$ elevado a $\boldsymbol{n}$". Cuando el exponente $\boldsymbol{n}$ es un numero natural, indica la cantidad de veces que se multiplica por sí mismo el número $\boldsymbol{a}$.

exponente

$$b^c = a$$

base potencia

$a^1 = a$ $a^2 = a \times a$ $a^n = a \times a \times \dots a$ n veces	**Veamos algunos ejemplos numéricos:** $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ $(-3)^2 = -3 \times -3 = 9$

Propiedades de las potencias:

Multiplicación de potencias de igual base: Se conserva la base y se suman los exponentes. $a^n \bullet a^m = a^{n+m}$ Ejemplo: $4^2 \bullet 4^3 = 4^{2+3} = 4^5$	$3^4 \bullet 3^2 =$	$12^{38} \bullet 12^{41} =$

División de potencias de igual base y distinto exponente: Conservamos la base y restamos los exponentes. $a^n \div a^m = a^{n-m}$ Ejemplo: $4^7 \div 4^2 = 4^{7-2} = 4^5$	$5^7 \div 5^3 =$	$6^{78} \div 6^{29} =$

Multiplicación de potencias de distinta base e igual exponente: Multiplicamos las bases y conservamos el exponente. $a^n \bullet b^n = (a \bullet b)^n$ Ejemplo: $4^2 \bullet 5^2 = (4 \bullet 5)^2 = 20^2$	$4^2 \bullet 7^2 =$	$2^5 \bullet 3^5 \bullet 4^5 =$

División de potencias de distinta base e igual exponente: Dividimos las bases y conservamos el exponente. $a^n \div b^n = (a \div b)^n = \left(\frac{a}{b}\right)^n$ Ejemplo: $10^3 \div 5^3 = (10 \div 5)^3 = \left(\frac{10}{5}\right)^3 = 2^3$	$8^4 \div 4^4 =$	$84^8 \div 7^8 =$

Potencia de una potencia: Se conserva la base y se multiplican los exponentes. $(a^m)^n = a^{m \bullet n}$ Ejemplo: $(4^3)^2 = 4^{3 \bullet 2} = 4^6$	$(8^4)^3 =$	$[(1^5)^9]^8 =$

a) Potencia de exponente negativo: Una potencia con exponente negativo y **base entera** distinta de cero, es igual a una fracción con numerador 1 y con denominador igual al valor de la base de la potencia con exponente positivo. $a^{-n} = \left(\frac{1}{a}\right)^n = \frac{1^n}{a^n} = \frac{1}{a^n}$ Ejemplo: $3^{-2} = \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1^2}{3^2} = \frac{1}{3^2}$	$8^{-4} =$	$5^{-2} =$

b) Potencia de exponente negativo: Una potencia con exponente negativo y **base racional** distinta de cero, es igual a la fracción inversa multiplicativa con exponente positivo. $\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n = \frac{b^n}{a^n}$ Ejemplo: $\left(\frac{2}{3}\right)^{-5} = \left(\frac{3}{2}\right)^5 = \frac{3^5}{2^5} = \frac{243}{32}$	$\left(\frac{4}{3}\right)^{-3} =$	$\left(\frac{2}{3}\right)^{-5} =$

Nombre:	Curso :
Fecha:	Guía n°:

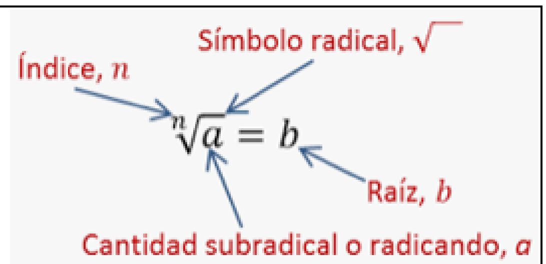
Potencia de exponente cero: Toda potencia con exponente cero y base distinta de cero es igual a uno. $a^0 = 1$ Ejemplo: $7^0 = 1$ $\left(\frac{3}{2}\right)^0 = 1$	$5^0 =$	$(4^2 - 5 \bullet 2 + 1)^0 =$

Potencia con exponente igual a 1: Si el exponente es 1, independiente de la base, su resultado será la base. $a^1 = a$ Ejemplo: $(-9)^1 = -9$ $\left(\frac{3}{2}\right)^1 = \frac{3}{2}$	$13^1 =$	$128^1 =$

Potencia con base igual a 1: La potencia de base 1 y elevada a cualquier exponente, su resultado es 1. $1^n = 1$ Ejemplo: $1^{27} = 11^0 = 1$	$1^6 =$	$1^8 \bullet 1^4 =$
Potencia de exponente par: Son siempre positivas. $(\pm a)^{2n} = +a^{2n}$ Ejemplo $4^2 = +4^2 (-2)^6 = +2^6$	$3^4 =$	$(-12)^2 =$

Potencia de exponente impar: El resultado mantiene el signo de la base. $(-a)^{2n+1} = -a^{2n+1}$ $(+a)^{2n+1} = a^{2n+1}$ Ejemplo: $6^9 = 6^9 (-2)^7 = -2^7$	$4^5 =$	$(-5)^3 =$

Potencia de exponente racional:
Se puede convertir en un número radical
1° Escribiendo la base de la potencia en el lugar de la cantidad subradical.
2° Colocando el numerador, del exponente de la potencia, como exponente de la cantidad subradical.
3° El denominador se pone en el índice del radical.



Ejemplo: $(a)^{\frac{3}{2}} = \sqrt[2]{a^3}$ $(4)^{\frac{3}{2}} = \sqrt[2]{4^3} = \sqrt[2]{64} = 8$	$(16)^{\frac{3}{2}} =$	$(4)^{\frac{5}{2}} =$

Nombre:	Curso :
Fecha:	Guía n°:

Números Radicales

Concepto raíz:
La extracción de una raíz consiste en encontrar la base de una potencia conociendo el exponente (índice de la raíz) y el valor de la potencia (cantidad subradical).

Índice Exponente

$$\sqrt[n]{a} = x \quad \leftrightarrow \quad x^n = a \longleftarrow \text{Valor de la potencia}$$

Cantidad subradical Valor de la raíz Base

Se lee: "La raíz ***n***-ésima de ***a*** es un número ***x***, tal que ***x*** elevado a ***n*** resulta ***a***".

Ejemplos:

$\sqrt{16} = 4$. Se lee: "La raíz cuadrada de 16 es igual a 4", ya que $4^2 = 16$.

$\sqrt[3]{125} = 5$. Se lee: "La raíz cúbica de 125 es igual a 5", ya que $5^3 = 125$.

La extracción de la raíz se indica por medio del signo radical o símbolo de radicación: $\sqrt{\square}$
Si n = 2, se trata de raíces cuadradas y por norma no se escribe.

Propiedades de las raíces

Si $a > 0 \log_2(4 \bullet 8) = \log_2 4 + \log_2 8 \sqrt[n]{a}$, existe cualquiera sea el valor de n.

Si $a > 0 \Rightarrow$ Sólo existe la raíz $\sqrt[n]{a}$, en el conjunto de los números reales (R), cuando el índice n es impar.

Multiplicación de dos raíces de igual índice y exponente subradical igual a 1: Se conserva el índice y se multiplican los subradicales. $\sqrt[n]{a} \bullet \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a \bullet b}$ Ejemplo: $\sqrt{3} \bullet \sqrt{12} = \sqrt{3 \bullet 12}$ $= \sqrt{36} = 6$	$\sqrt{5} \bullet \sqrt{20} =$	$\sqrt{4} \bullet \sqrt{8} \bullet \sqrt{2} =$

Multiplicación de raíces de igual índice y exponente subradical: Se conserva el índice y se multiplican los subradicales, manteniendo el exponente. $\sqrt[n]{a^m} \bullet \sqrt[n]{b^m} = \sqrt[n]{(a \bullet b)^m}$ Ejemplo: $\sqrt[4]{2^8} \bullet \sqrt[4]{3^8} = \sqrt[4]{(2 \bullet 3)^8} =$ $\sqrt[4]{6^8} = 6^{\frac{8}{4}} = 6^2 = 36$	$\sqrt[5]{4^{10}} \bullet \sqrt[5]{3^{10}} =$	$\sqrt[4]{5^2} \bullet \sqrt[4]{125^2} =$

Multiplicación de raíces de igual índice y distinto exponente subradical: Se conserva el índice y se multiplican los subradicales, manteniendo el exponente. $\sqrt[n]{a^m} \bullet \sqrt[n]{a^p} = \sqrt[n]{(a)^{m+p}}$ Ejemplo: $\sqrt[4]{2^3} \bullet \sqrt[4]{2^8} = \sqrt[4]{2^{3+8}} = \sqrt[4]{2^{24}}$ $= 2^{\frac{24}{4}} = 2^6 = 64$	$\sqrt[5]{4^{10}} \bullet \sqrt[5]{4^2} =$	$\sqrt[3]{5^2} \bullet \sqrt[3]{5^6} =$

Nombre:	Curso :
Fecha:	Guía n°:

Multiplicación de raíces de distinto índice e igual exponente subradical: Se conserva el índice y se multiplican los subradicales, manteniendo el exponente. $\sqrt[n]{a^p} \bullet \sqrt[m]{a^p} = \sqrt[n\bullet m]{(a)^{p(n+m)}}$ Ejemplo: $\sqrt[6]{8^4} \bullet \sqrt[3]{8^4} = \sqrt[6\bullet 3]{8^{4(6+3)}} =$ $\sqrt[18]{8^{4\bullet 9}} = \sqrt[18]{8^{36}} = 8^{\frac{36}{18}} = 8^2 = 64$	$\sqrt[3]{9^6} \bullet \sqrt[4]{9^6} =$	$\sqrt{2^{12}} \bullet \sqrt[3]{2^{12}} =$

Multiplicación de raíces de distinto índice y exponente subradical: Se mantiene el subradical. El índice resultante es la multiplicación de ambos índices, y para el exponente se suma la multiplicación cruzada de los índices y exponentes de las raíces. $\sqrt[n]{a^m} \bullet \sqrt[q]{a^p} = \sqrt[nq]{(a)^{np+qm}}$ Ejemplo: $\sqrt[4]{2^8} \bullet \sqrt[3]{2^{18}} = \sqrt[4\bullet 3]{2^{4\bullet 18+3\bullet 8}} =$ $\sqrt[12]{2^{72+24}} = 2^{\frac{96}{12}} = 2^8 = 256$	$\sqrt[9]{9^3} \bullet \sqrt[6]{9^4} =$	$\sqrt[3]{11^5} \bullet \sqrt[6]{11^2} =$

División de raíces de igual índice y exponente radical Se conserva el índice y se multiplican los subradicales. $\sqrt[n]{a^m} \div \sqrt[n]{b^m} = \sqrt[n]{(a \div b)^m}$ Ejemplo: $\sqrt[3]{27^6} \div \sqrt[3]{9^6} = \sqrt[3]{(27 \div 9)^6} = \sqrt[3]{3^6}$ $= 3^{\frac{6}{3}} = 3^2 = 9$	$\sqrt[4]{24^8} \div \sqrt[4]{6^8} =$	$\sqrt[9]{256^3} \div \sqrt[9]{4^3} =$

División de raíces de igual índice y distinto exponente subradical: Se conserva el índice y se multiplican los subradicales, manteniendo el exponente. $\sqrt[n]{a^m} \div \sqrt[n]{a^p} = \sqrt[n]{(a)^{m-p}}$ Ejemplo: $\sqrt[4]{2^{15}} \div \sqrt[4]{2^3} = \sqrt[4]{2^{15-3}} = \sqrt[4]{2^{12}}$ $= 2^{\frac{12}{4}} = 2^3 = 8$	$\sqrt[5]{4^{20}} \div \sqrt[5]{4^{10}} =$	$\sqrt[4]{5^{10}} \div \sqrt[4]{5^2} =$

Raíz de una raíz Se conserva el subradical y se multiplican los índices. $\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[n\bullet m]{a}$ Ejemplo: $\sqrt[3]{\sqrt[4]{4.096}} = \sqrt[3\bullet 4]{4.096}$ $= \sqrt[12]{4.096} = 2$	$\sqrt{\sqrt[3]{15.625}} =$	$\sqrt[4]{\sqrt{6561}} =$

Nombre:	Curso :
Fecha:	Guía n°:

División de raíces de distinto índice e igual exponente subradical: Se conserva el índice y se multiplican los subradicales, manteniendo el exponente. $\sqrt[n]{a^p} \div \sqrt[m]{a^p} = \sqrt[nm]{(a)^{p(n-m)}}$ Ejemplo: $\sqrt[6]{8^4} \div \sqrt[3]{8^4} = \sqrt[6\bullet 3]{8^{4(6-3)}} = \sqrt[18]{8^{4\bullet 3}}$ $= \sqrt[18]{8^{12}} = 8^{\frac{12}{18}} = 8^{\frac{2}{3}}$ $= \sqrt[3]{8^2} = \sqrt[3]{64} = 4$	$\sqrt[6]{8^8} \div \sqrt[12]{8^8} =$	$\sqrt{7^{12}} \div \sqrt[3]{7^{12}} =$

División de raíces de distinto índice y exponente subradical: Se mantiene el subradical. El índice resultante es la multiplicación de ambos índices, y para el exponente se suma la multiplicación cruzada de los índices y exponentes de las raíces. $\sqrt[n]{a^m} \div \sqrt[q]{a^p} = \sqrt[nq]{(a)^{np-qm}}$ Ejemplo: $\sqrt[4]{2^8} \div \sqrt[3]{2^{18}} = \sqrt[4\bullet 3]{2^{4\bullet 18-3\bullet 8}}$ $= \sqrt[12]{2^{72-24}} = 2^{\frac{48}{12}}$ $= 2^4 = 16$	$\sqrt[9]{9^6} \div \sqrt[6]{9^4} =$	$\sqrt{11^5} \div \sqrt[4]{11^2} =$

Raíz de una raíz Se conserva el subradical y se multiplican los índices. $\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[n\bullet m]{a}$ Ejemplo: $\sqrt[3]{\sqrt[4]{4.096}} = \sqrt[3\bullet 4]{4.096}$ $= \sqrt[12]{4.096} = 2$	$\sqrt{\sqrt[3]{15.625}} =$	$\sqrt[4]{\sqrt{6561}} =$

Simplificación de índice y exponente en las raíces: Se mantiene el subradical, y se simplifican el exponente como numerador y el índice como denominador. $\sqrt[c\bullet n]{a^{c\bullet m}} = a^{\frac{c\bullet m}{c\bullet n}} = a^{\frac{m}{n}}$ Ejemplo: $\sqrt[12]{4^8} = 4^{\frac{12}{8}} = 4^{\frac{4\bullet 3}{4\bullet 2}} = 4^{\frac{3}{2}}$ $= \sqrt{4^3} = \sqrt{64} = 8$	$\sqrt[12]{8^8}$	$\sqrt[5]{6^{15}}$

Nombre:	Curso :
Fecha:	Guía n°:

Potencia de una raíz Se conserva el subradical y se multiplican los índices. $(\sqrt[n]{a})^m = \sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$ Ejemplo: $(\sqrt[3]{(5)})^6 = \sqrt[3]{5^6} = 5^{\frac{6}{3}} = 5^2$ $= 25$	$(\sqrt[4]{(6)})^8$	$(\sqrt[5]{(4)})^{15}$

Logaritmos

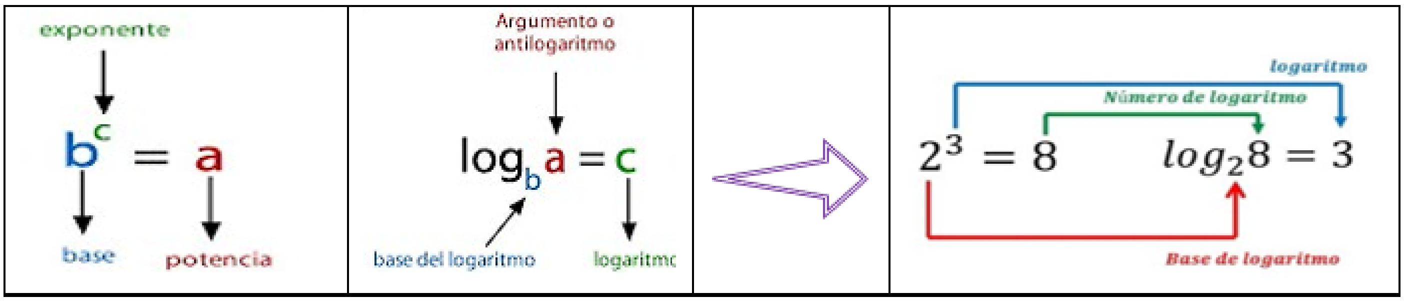
Definición:

Es encontrar el exponente de una potencia con una base determinada, mayor que 0 y distinto de 1.

$$\log_a x = y \Longrightarrow a^y = x \quad ; \quad a > 0 \quad \text{y} \quad a \neq 1$$

Cuando la base del logaritmo es 10, no se obliga a escribir el 10 en el lugar de la base del logaritmo.

$$\mathbf{\log_{10} 100 = \log 100 = 2 \Rightarrow 10^2 = 100}$$



Propiedades de los logaritmos

Logaritmo de un producto: Es igual a la suma de los logaritmos de los factores: $\log_a(x \bullet y) = \log_a x + \log_a y$ Ejemplo: $\log_2(4 \bullet 8) = \log_2 4 + \log_2 8$ $= 2 + 3 = 5$	$\log_2(16 \bullet 8) =$	$\log(1.000 \bullet 1.000.000)$

Logaritmo de un cociente: Es igual al logaritmo del dividendo menos el logaritmo del divisor. $\log_a\left(\frac{x}{y}\right) = \log_a x - \log_a y$ Ejemplo: $\log_3\left(\frac{27}{9}\right) = \log_3 27 - \log_3 9\, y$ $= 3 - 2 = 1$	$\log_4\left(\frac{256}{4}\right) =$	$\log_5\left(\frac{625}{25}\right) =$

Logaritmo de una potencia: Es igual al producto del exponente por el logaritmo de la base. $\log_a(x^n) = n \bullet \log_a x$ Ejemplo: $\log_4(64^5) = 5 \bullet \log_4 64$ $= 5 \bullet 3 = 15$	$\log_6(216^4) =$	$\log_7(49^8) =$

El logaritmo de una raíz: Es igual al cociente entre el logaritmo del radicando y el índice de la raíz. $\log_a(\sqrt[n]{x}) = \frac{1}{n} \bullet \log_a x$ Ejemplo: $\log_2(\sqrt[4]{8}) = \frac{1}{4} \bullet \log_2 8$ $= \frac{1}{4} \bullet 3 = \frac{3}{4}$	$\log_5(\sqrt[3]{8}) =$	$\log_3(\sqrt[5]{27})$

Cambio de base: $\log_a x = \frac{\log_b x}{\log_b a}$ Ejemplo: $\log_4 8 = \frac{\log_2 8}{\log_2 4} = \frac{3}{2}$	$\log_9 27 =$	$\log_{16} 8 =$

Completa la siguiente tabla **convirtiendo los valores** a: **Potencia**, **Raíz** y **Logaritmo**, según corresponda. (Sigue el ejemplo) **1 punto cada conversión**

Potencia	**Raíz**	**Logaritmo**
Calculamos el resultado (Potencia)	Calculamos el valor de la raíz	Calculamos el exponente de una potencia
Ejemplo: $3^4 = 81$	**Ejemplo:** $\sqrt[4]{81} = 3$	**Ejemplo:** $\log_3 81 = 4$
	$\sqrt[4]{256} =$	
$2^5 =$		
		$\log_2 8 =$
	$\sqrt{144} =$	
$10^2 =$		

La educación no es preparación para la vida;
la educación es la vida en sí misma"

Del filósofo John Dewey

Nombre:	Curso :
Fecha:	Guía n°: