COMPLEJO EDUCACIONAL SAN ALFONSO
FUNDACIÓN QUITALMAHUE
Eyzaguirre 2879 Fono- 22-852 1092 Puente Alto
planificacionessanalfonso@gmail.com
www.colegiosanalfonso.cl

ASIGNATURA: Matemática **NIVEL:** Media
DOCENTE: Úrsula Cortés – Christian Pizarro. **CURSO**: 3° A – B - C

ACTIVIDAD Nº 3

UNIDAD I: Números.
AE/01: Reconocer los números complejos como una extensión del campo numérico de los números reales

ESTUDIANTE: ____

INSTRUCCIONES:
- **Tema: Números imaginarios y complejos.**
- Realiza los ejercicios propuestos en hoja de cuadernillo cuadriculada.
- Recuerda poner tu nombre y curso en cada hoja que utilices.

Objetivo de aprendizaje: Resolver problemas de adición, sustracción, multiplicación y división de números complejos $\mathbb{C}$, en forma pictórica, simbólica y con uso de herramientas tecnológicas.

Como ya sabemos existen distintos conjuntos numéricos.

$\mathbb{N}$ Naturales	Son aquellos números que se utilizan al contar o al ordenar elementos de un conjuntos. $Simbolicamente: \mathbb{N} = \{1, 2, 3, \dots, n, n+1\}$
$\mathbb{Z}$ Enteros	Está formado por la unión de los números naturales, el cero y los opuestos de los naturales. $simbolicamente: \mathbb{Z} = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$
$\mathbb{Q}$ Racionales	Está conformado por la unión de $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$ y se presentan como el cociente de dos enteros. $Simbolicamente: \mathbb{Q} = \left\{\frac{a}{b} \,/\, a, b \in \mathbb{Z} \wedge b \neq 0\right\}$
I Irracionales	Un número irracional es un número que no se puede escribir en fracción, su forma decimal sigue para siempre sin repetirse. $Ejemplos: \sqrt{2}, \pi, e, \sqrt{3}$
$\mathbb{R}$ Reales	Está conformado por la unión de $\mathbb{Q}$ y los números irracionales.

Al resolver distintos tipos de ecuaciones han surgido distintos problemas matemáticos, que han obligado a extender el grupo de los números conocidos.
Observa los siguientes ejemplos

$x^2 - 4 = 0$ $x^2 = 4$ $x = \pm\sqrt{4}$ $x_1 = 2 \quad x_2 = -2$	$x^2 + 4 = 0$ $x^2 = -4$ $x = \pm\sqrt{-4}$ NO EXISTE SOLUCIÓN EN LOS REALES

Ya que no existe solución en los números conocidos, se extiende y se presentan los números imaginarios para resolver este tipo de problemas algebraicos.

AE/02: Utilizar los números complejos para resolver problemas que no admiten solución en los números reales.

i Imaginarios	Son aquellos números cuya representación ya no es posible en los números reales $Importante: \sqrt{-1} = i$

Resolvamos entonces el problema anterior.

$$x^2 + 4 = 0$$
$$x^2 = -4$$
$$x = \pm\sqrt{-4}$$
$$x = \pm\sqrt{4 \cdot -1}$$
$$x = \pm\sqrt{4} \cdot \sqrt{-1}$$
$$x = \pm\sqrt{4}\, i$$
$$x_1 = 2i \quad x_2 = -2i$$

Resuelve los siguientes ejercicios:

1. $\sqrt{-4} =$
2. $\sqrt{-16} =$
3. $\sqrt{-25} =$
4. $\sqrt{-9} =$
5. $\sqrt{-64} =$
6. $\sqrt{-36} =$
7. $\sqrt{-144} =$
8. $\sqrt{-121} =$
9. $\sqrt{-100} =$
10. $\sqrt{-49} =$

Operatoria de números imaginarios

Al igual que los números reales, los imaginarios dan cabida a la solución en la adición, sustracción, multiplicación y división.

$2i + 8i = 10i$	$2 \cdot 8i = 16i$
$7i - 12i = -5i$	$14i \div 2 = 7i$

Resuelve los siguientes ejercicios:

Sigue los ejemplos antes dados, utiliza los saberes aprendido en años anteriores y resuelve la operatoria de números imaginarios.

1. $5i + 2i =$
2. $3i - 2i - 5i =$
3. $-4i + 12i =$
4. $12i - 3i + 4i =$
5. $4i + 7i =$
6. $6i + 8i - 2i =$
7. $-2i - 8i + 12i =$
8. $15i + 4i - 20i =$
9. $153i + 209i - 18i =$
10. $295i - 142i + 32i =$
11. $4 \cdot 3i =$
12. $12i \cdot 2 =$
13. $4i \div 2 =$
14. $-5i \cdot 3 \cdot 4 =$
15. $4i \cdot 2i =$
16. $\frac{10i}{2} =$

Potencias de los números imaginarios

Si has desarrollado los ejercicios anteriores, notaste algo distinto en el ejercicio 15, pues como resultado obtendremos una potencia de numero imaginario. A continuación se presenta las potencias utilizadas de los números imaginarios.

i	$i = \sqrt{-1}$	$\sqrt{-1}$
i^2	$i \cdot i = \left(\sqrt{-1}\right)^2 = -1$	-1
i^3	$i^2 \cdot i = -1 \cdot i = -i$	$-i$
i^4	$i^2 \cdot i^2 = -1 \cdot -1 = 1$	1

Resuelve los siguientes ejercicios:
Identifica el resultado de las siguientes potencias:

1. $i^{123} =$
2. $i^{67} =$
3. $i^{7897} =$

El último conjunto numérico

Según lo estudiado, los números imaginarios no pertenecen a los números reales pero entonces ¿A qué conjunto pertenecen?

$\mathbb{C}$ Naturales	Son aquellos números que unen una parte real y una parte imaginaria. $Simbolicamente: \mathbb{C} = \{a + bi / a, b \in \mathbb{R}\}$

Entonces:

$$z = \underbrace{a}_{\text{Parte real}} + \underbrace{bi}_{\text{Parte imaginaria}}$$

$a \ y \ b \ no \ pueden \ ser \ 0$

Números complejos

Complejos conjugados

Números que tienen igual número real, pero son opuestos en su parte imaginaria. Ejemplo:

z = 3 + 2i entonces su conjugado es $\bar{z}$ = 3 – 2

Resuelve los siguientes ejercicios: Completa la tabla, reconociendo el conjugado

Número Complejo z	Complejo conjugado $\bar{z}$
$3 + 5i$	
	$3 - 2i$
	$4 + 2i$
$5 + 2i$	$-3 + 8i$
$-3 - 10i$	
$-5i + 3$	

AE/03: Resolver problemas aplicando las cuatro operaciones con números complejos.

Adición y sustracción de complejos

Al tener una parte real y otra imaginaria, las operaciones se deben realizar separando la parte de real de la imaginaria:

Sea $z_1 = 2 + 5i$ y $z_2 = 8 - 2i$ entonces:	
(suma) $z_1 + z_2$ $z_1 + z_2 = (2 + 5i) + (8 - 2i)$ $z_1 + z_2 = (2 + 8) + (5i + -2i)$ $z_1 + z_2 = 10 + 3i$ *sumar lo real con lo real, lo imaginario con lo imaginario.	**(resta) $z_1 - z_2$** $z_1 + (-z_2) = (2 + 5i) + (-8 + 2i)$ $z_1 - z_2 = (2 - 8) + (5i + 2i)$ $z_1 + z_2 = -6 + 7i$ *se debe modificar la operación con el opuesto de z_2.

Resuelve los siguientes ejercicios

Calcula la suma y resta de los siguientes números complejos

$$z1 = -3 + 10i \qquad z2 = 2 + 8i \qquad z3 = 4 - 12i$$

1. $z_1 + z_2 =$
2. $z_2 + z_3 =$
3. $z_2 - z_1 =$
4. $z_1 - z_2 =$
5. $z_1 - \overline{z_2} =$